Technische Universität München | **Theoretische Physik T70**
Physik Department | **B. Garbrecht, D. Gueter, J. Klarić**

Theoretische Physik 3 (Quantenmechanik)

Sommersemester 2015

Abgabe bis Donnerstag, 09.07.15, 12:00 neben PH 3218.

Übungsblatt Nr. 12 Dieses Blatt wird in den Übungen vom 13.07. - 17.07.15 besprochen.

Aufgabe 1:
Nicht-zentrale Korrektur zum Coulombfeld — 4 Punkte

Gegeben sei ein Coulombfeld um den Ursprung, ($\vec{r} = (x, y, z)^t = 0$), in welchem sich ein Elektron bewegt. Unter Vernachlässigung des Spins sowie relativistischer Korrekturen ist bekannt, dass das erste angeregte Niveau ($n = 2$) 4-fach entartet ist: $l = 0, m_l = 0; l = 1, m_l = -1, 0, 1$.
Untersuchen sie die Auswirkung, hervorgerufen durch ein nicht-zentrales Potentials

$$V_{\text{pert}}(r, \theta, \phi) = f(r)xy\,, \tag{1}$$

mit

$$x = r\sin\theta\cos\phi\,, \tag{2a}$$

$$y = r\sin\theta\sin\phi\,, \tag{2b}$$

und einer zentralen aber nicht weiter spezifizierten Funktion $f(r)$. (Man kann annehmen, dass $f(r)$ stark genug abfällt für $r \to \infty$).
Die Störung soll zur ersten Ordnung behandelt werden. Dabei spaltet sich das ursprünglich entartete $n = 2$ Niveau in verschiedene Niveaus unterschiedlicher Energie auf, bei dem jedes davon durch eine Energiekorrektur ΔE sowie einem Entartungsgrad charakterisiert sei.

(a) Wie viele verschiedene Energieniveaus gibt es?

(b) Was ist der jeweilige Entartungsgrad?

(c) Es sei nun die Energiekorrektur für eines der Niveaus gegeben; nennen Sie diese A ($A > 0$). Wie lauten die Korrekturen der anderen Niveaus?

Aufgabe 2:
Spinrelationen für ein Spin $S = 1/2$ System — 2 Punkte

Nehmen Sie an, Sie kennen die explizite Matrixdarstellungen der Spinoperatoren nicht.
Überprüfen Sie nur mit Hilfe der allgemeinen Drehimpulseigenschaften für ein Spin $S = 1/2$ System die folgenden Relationen:

(a) $\{S_x, S_y\} = 0$,

(b) $S_x^2 = S_y^2 = S_z^2 = \frac{\hbar^2}{4}\mathbb{1}_2$,

(c) $S_xS_y = \mathrm{i}\frac{\hbar}{2}S_z$,

(d) $S_xS_yS_z = \mathrm{i}\frac{\hbar^3}{8}$.

Aufgabe 3:
Erwartungswerte von Spinoperatoren **1 Punkt**

Gegeben sei der Spinzustand

$$|\alpha\rangle = \alpha_+ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \alpha_- \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} . \tag{3}$$

Berechnen Sie die Erwartungswerte $\langle S_x \rangle$, $\langle S_y \rangle$ und $\langle S_z \rangle$ in diesem Zustand.

Aufgabe 4:
Elektron im Magnetfeld **3 Punkte**

Es werde ein Elektron der Masse m_e und Spin $S = 1/2$ in einem Magnetfeld $\vec{B} = B\vec{e}_z$ betrachtet. Der Hamiltonoperator sei dabei gegeben durch

$$\hat{H} = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}, \quad \vec{\mu} = \frac{ge}{2m_e}\vec{S}, \quad \vec{S} = \frac{\hbar}{2}\vec{\sigma} , \tag{4}$$

mit $e = -e_0$, $g = 2$.

(a) Bestimmen Sie die Zeitabhängigkeit des Zustandes

$$\chi(t) = \begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix} , \tag{5}$$

indem sie die zeitabhängige Schrödingergleichung lösen. Dabei soll der Spin zur Zeit $t = 0$ Eigenzustand zum Spinoperator S_x mit Eigenwert $\hbar/2$ sein.

(b) Wie lautet der Erwartungswert von σ_z in diesem Zustand?