Technische Universität München **Theoretische Physik T70**
Physik Department **B. Garbrecht, D. Gueter, J. Klarić**

Theoretische Physik 3 (Quantenmechanik)

Sommersemester 2015

Abgabe bis Donnerstag, 04.06.15, 12:00 neben PH 3218.

Übungsblatt Nr. 7 Dieses Blatt wird in den Übungen vom 08.06. - 12.06.15 besprochen.

Aufgabe 1:
N-dimensionaler harmonischer Oszillator — 3 Punkte

Die zeitunabhängige Schrödingergleichung eines N-dimensionalen harmonischen Oszillators sei in kartesischen Koordinaten $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \cdots, x_N)$ gegeben durch

$$\sum_{i=1}^{N} \left[-\frac{\hbar}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} + \frac{1}{2} m\omega^2 x_i^2 \right] \psi(\mathbf{x}) = E\psi(\mathbf{x})\,. \tag{1}$$

(a) Lösen Sie die Schrödingergleichung, indem Sie einen Separationsansatz $\psi(\mathbf{x}) = \prod_{i=1}^{N} \psi_i(x_i)$ benutzen, um N getrennte Gleichungen zu erhalten.

(b) Geben Sie die analytischen Energieeigenfunktionen und die dazugehörigen Energieeigenwerte an, indem Sie von der Lösung des eindimensionalen harmonischen Oszillators Gebrauch machen.

(c) Reduzieren Sie nun das Problem auf $N = 2$ Dimensionen. Geben Sie den Entartungsgrad des n-ten Energieeigenwerts an.

Aufgabe 2:
Halb-harmonischer Quantenoszillator — 1 Punkt

Ein Teilchen der Masse m bewege sich in dem Potential:

$$V(q) = \begin{cases} \infty & \text{für } q < 0\,, \\ \frac{1}{2} m\omega^2 q^2 & \text{für } q \geq 0\,. \end{cases} \tag{2}$$

Bestimmen Sie Eigenwerte und Eigenfunktionen des Hamilton-Operators

$$H = \frac{p^2}{2m} + V(q). \tag{3}$$

Aufgabe 3:
Morse-Potential — 1 Punkt

In der Molekülphysik wird häufig das Morse-Potential

$$V(x) = D\left[1 - \mathrm{e}^{a(x_0 - x)}\right]^2 \tag{4}$$

verwendet, welches den Verlauf des elektrischen Potentials in zweiatomigen Molekülen in Abhängigkeit des Kernabstandes x durch eine exponentielle Näherung beschreibt. Dabei ist D die sogenannte Dissoziationsenergie.

(a) Bestimmen das Minimum von $V(x)$ und geben Sie $V(x)$ im Grenzfall $x \to \infty$ an.

(b) Entwickeln Sie $V(x)$ in x zur zweiten Ordnung um das oben berechnete Minimum. Bestimmen Sie die Schwingungseigenenergien in diesem genäherten Potential.