Technische Universität München — **Theoretische Physik T70**
Physik Department — **B. Garbrecht, D. Gueter, J. Klarić**

Theoretische Physik 3 (Quantenmechanik)

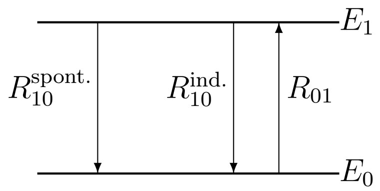
Sommersemester 2015

Abgabe bis Donnerstag, 23.04.15, 12:00 neben PH 3218.

Übungsblatt Nr. 1 — Dieses Blatt wird in den Übungen vom 27.04. - 30.04.15 besprochen.

Aufgabe 1:
Plancksche Strahlungsformel und detailliertes Gleichgewicht — 4 Punkte

Um die Plancksche Strahlungsformel herzuleiten, betrachten wir ein System zweier Energieniveaus, $E_1 > E_0$, bei welchen sich im oberen Niveau N_1 Atome und im unteren N_0 Atome befinden.
Wir bezeichnen die Übergangsrate (die Anzahl der Übergänge pro Zeiteinheit) vom oberen in den unteren Zustand als R_{10}, vom unteren in das obere Niveau als R_{01}. Die Übergänge finden durch Emission bzw. Absorption von Photonen der Energie $\hbar\omega = E_1 - E_0$ statt.



Die Absorptionsrate ist abhängig von der Anzahl der Atomen im unteren Niveau sowie auch von der spektralen Energiedichte $u(\omega, T)$ der Strahlung:

$$R_{01} = N_0 u(\omega, T) B_{01} \,, \tag{1}$$

mit einem Koeffizienten für die Absorption B_{01}. Die induzierte Emissionsrate hängt von der Anzahl der Atome im oberen Niveau ab, sowie auch wieder von der Energiedichte der Strahlung

$$R_{10}^{\text{ind.}} = N_1 u(\omega, T) B_{10} \,, \tag{2}$$

wobei B_{10} der Koeffizient für die induzierte Emission ist. Die spontane Emissionsrate hingegen ist nur von der Anzahl der Atome im oberen Niveau abhängig:

$$R_{10}^{\text{spont.}} = N_1 A \,, \tag{3}$$

mit dem Koeffizienten der spontanen Emission A.

- Setzen Sie die klassische Boltzmann Verteilung für das Verhältnis N_1/N_0 an.
- Drücken Sie die Beziehung des detaillierten Gleichgewichts $R_{10} = R_{01}$ durch die Koeffizienten B_{10}, B_{01} und A, sowie $u(\omega, T)$ aus.
- Betrachten Sie nun den Grenzfall $k_B T \gg E_1 - E_0$, und setzen sie für $u(\omega, T)$ das dort gültige Rayleigh-Jeans-Gesetz an. Für $T \to \infty$ erhalten Sie zunächst eine Beziehung zwischen B_{10}, B_{01} und anschließend zwischen B_{01}, A. Geben Sie diese an.

  Hinweis: Vergleich der höchsten und zweithöchsten Potenz von T.
- Verwenden Sie die oben erhaltene Beziehung, um die Energiedichte $u(\omega, T)$ nun für beliebige T anzugeben.

Aufgabe 2:
Wiensches Verschiebungsgesetz und Stefan-Boltzmann-Gesetz **3 Punkte**

Leiten Sie, unter Verwendung der Plancksche Strahlungsformel, das Wiensche Verschiebungsgesetz

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T} \tag{4}$$

für die Wellenlänge $\lambda_{\max}$ her, bei der ein schwarzer Körper abhängig von seiner Temperatur die größte Strahlungsleistung abgibt, sowie das Stefan-Boltzmann-Gesetz

$$\frac{P}{A} = \sigma T^4 \,, \tag{5}$$

das die Strahlungsleistung P pro Fläche A angibt, und bestimmen Sie die Konstanten b und σ.

Hinweise:
Die Gleichung:

$$5 = \frac{x\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x - 1} \,, \tag{6}$$

hat die Lösung: $x = 5 + W(-5\mathrm{e}^{-5}) \approx 4.96511.$[1]
Zwischen der spektralen Strahlungsdichte und der Energiedichte gilt der folgende Zusammenhang:

$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}\omega}\frac{1}{A} = \frac{c}{4}u(\omega)\,. \tag{7}$$

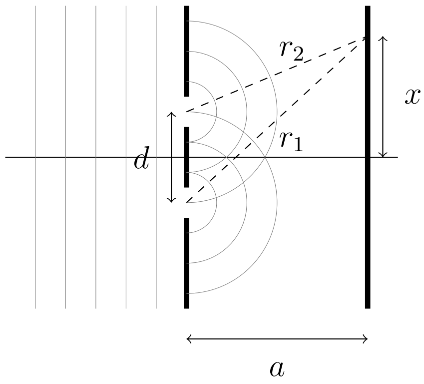
Aufgabe 3:
Compton-Streuung eines Röntgenstrahls **1 Punkt**

Ein Röntgenstrahl wird an ruhenden Elektronen gestreut. Wie groß ist die Energie der Strahlung, wenn die Wellenlänge der um 45° gestreuten Röntgenstrahlen 0.0319 Å beträgt? Geben sie das Resultat in der Einheit eV an.

[1] W ist die sogenannte lambertsche W-Funktion, welche i.A. die Gleichung $z = W(z)\mathrm{e}^{W(z)}$ für $z \in \mathbb{C}$ erfüllt.

Aufgabe 4:
Doppelspaltexperiment **2 Punkte**

Eine ebene Welle fällt auf eine Blende mit zwei kleinen, gleich großen Öffnungen im Abstand d. Für den Abstand a zwischen der Blende und dem Schirm gilt $a \gg d$. Der Schnitt des Schirms S mit der Bildebene ist die x-Achse. Berechnen und skizzieren Sie die Intensität $I(x) = |A_1 + A_2|^2$ auf dem Schirm.



Hinweis:
Das Huygenssche Prinzip impliziert, dass beide Spalte jeweils Ausgangspunkte einer Zylinderwelle sind:

$$A_i(\mathbf{r}, t) \approx b\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}\frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}kr_i}}{\sqrt{r_i}}\,, \tag{8}$$

mit $i = 1, 2$, wobei r_i den Abstand zur Quelle der Zylinderwelle angibt.