

Mechanik (Theoretische Physik 1)  
Sommersemester 2018

Abgabe bis Freitag, 11.05.18, 12:00 neben PH 3218.

Übungsblatt Nr. 5

Dieses Blatt wird in den Übungen vom 14.05. - 18.05.18 besprochen.

Aufgabe 1:  
Oktoberfest in Space

3 Punkte

Zur Zeit  $t = 0$  stehen drei Personen auf einem Teufelsrad, welches mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  in der Schwerelosigkeit sich gegen den Uhrzeigersinn dreht. Die Rosi (Person 1) hat sich den Wasti (Person 2) gepackt. Beide stehen entfernt vom Maxi (Person 3), der beginnt, sich etwas unsicher zu fühlen. Betrachte ein Inertialsystem, dessen Ursprung mit dem Mittelpunkt des Rades zusammenfällt. Die Rosi (Person 1) und der Wasti (Person 2) befinden sich zur Zeit  $t = 0$  bei  $(x, y) = (0, -R)$ , während der Maxi sich zu diesem Zeitpunkt bei  $(x, y) = (R, 0)$  aufhält. Der Zeitpunkt  $t = 0$  ist auch, wenn die Rosi den Wasti parallel zum Vektor  $(1/2, \sqrt{3}/2)$  schmeißt, um den Maxi zu treffen.

1. Mit welcher Geschwindigkeit muß der Wasti (Person 2) geschmissen werden, damit es den Maxi (Person 3) vom Rad haut? Wie weit hat das Rad sich gedreht, wenn der Zusammenstoß stattfindet?
2. Wie lauten die Differentialgleichungen für dem Wasti seine Bahn (Person 2) im mitrotierenden Bezugssystem? Lösen Sie diese (entweder direkt oder unter Verwendung der Resultate aus Teil 1.) für die oben angenommenen Randbedingungen in dem mitrotierenden System.

Aufgabe 2:  
Das Magnetfeld unter Paritätstransformationen

2.5 Punkte

Betrachten Sie ein System, in welchem eine Punktladung  $q$  mit der Geschwindigkeit  $\mathbf{v}$  sich im von einem in einer Drahtschleife fließenden Strom  $\mathbf{j}$  erzeugten Magnetfeld  $\mathbf{B}$  bewegt.

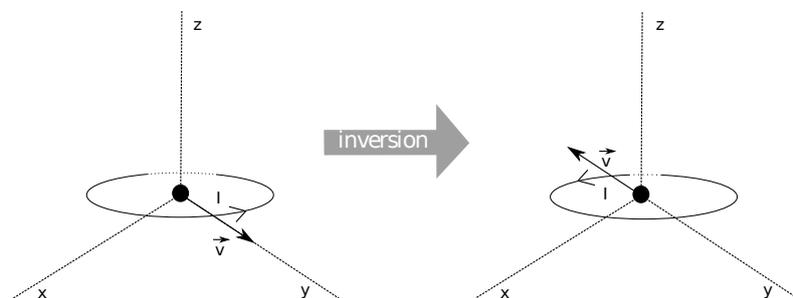


Abbildung 1: Das System und seine Punktspiegelung (Inversion).

1. Beweisen Sie graphisch, daß eine Punktspiegelung äquivalent zu einer Spiegelung an der  $xz$ -Ebene und anschließender Drehung um  $\pi$  um die  $y$ -Achse ist. Benimmt sich das Magnetfeld  $\mathbf{B}$  dabei wie  $\mathbf{v}$  und die Lorentzkraft?
2. Zeigen Sie die Äquivalenz der oben erklärten Transformationen, indem Sie die Spiegelungen und Drehungen durch Matrizen ausdrücken und diese in geeigneter Weise multiplizieren.

### Aufgabe 3:

#### Das Levi-Civita-Symbol

2 Punkte

Das Levi-Civita-Symbol  $\epsilon_{ijk}$  ist ein total antisymmetrischer Tensor, welcher unter dieser Voraussetzung durch  $\epsilon_{123} = 1$  eindeutig bestimmt ist. Alle weiteren Einträge folgen aus der Antisymmetrie in den Indizes  $\{ijk\}$ . Die Komponenten des Vektorprodukts können damit auf folgende Weise bequem ausgedrückt werden:

$$(\mathbf{a} \times \mathbf{b})_i = \epsilon_{ijk} a_j b_k$$

Beweisen Sie damit die folgenden Relationen:

1.  $(\mathbf{a} \times \mathbf{b})^2 = a^2 b^2 - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})^2$
2.  $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot [(\mathbf{b} \times \mathbf{c}) \times (\mathbf{c} \times \mathbf{a})] = [\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c})]^2$

Hinweis: Benutzen Sie die Relation  $\epsilon_{ijk}\epsilon_{ilm} = \delta_{jl}\delta_{km} - \delta_{jm}\delta_{kl}$ . In dieser Aufgabenstellung wird Einsteinsche Summenkonvention angenommen.

### Aufgabe 4:

#### Eine Deutschlandreise – Corioliskraft

2.5 Punkte

Ein Zug fährt auf einer Strecke, welche wir als entlang eines Meridians nähern, von München nach Hamburg. Die Gleisarbeiter stellen fest, daß eine Seite der Schienen schneller abgenutzt wird als die andere. Warum, und um welche Seite handelt es sich?

Betrachten Sie einen Zug mit der Masse 500 t mit einer konstanten Reisegeschwindigkeit von 200 km/h. Weiter ist gegeben

$$\begin{aligned}\theta_{\text{Munich}} &= 48.14^\circ, \\ \theta_{\text{Hamburg}} &= 53.55^\circ, \\ |\omega_{\text{Earth}}| &= 7.3 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s},\end{aligned}$$

wobei der Winkel die geographische Breite bezeichnet.

1. Zeichnen Sie ein Diagramm des Verlaufs der Corioliskraft von München nach Hamburg als Funktion der Breite.
2. Vergleichen Sie den Effekt mit anderen relevanten Kräften, d.h. mit dem Gewicht des Zuges.