

**Mechanik (Theoretische Physik 1)**  
Sommersemester 2018

Abgabe bis Freitag, 6.07.18, 12:00 neben PH 3218.

**Übungsblatt Nr. 12**

Dieses Blatt wird in den Übungen vom 9.07. - 13.07.18 besprochen.

---

**Aufgabe 1:**  
**Elektron im Kondensator**

**2 Punkte**

In einem Kondensator mit zwei parallelen Platten und einer Spannung, welche linear mit der Zeit wächst, befindet sich ein Elektron, d.h. dieses bewegt sich in einem Potential

$$V = -Axt, \quad (1)$$

wobei  $A$  eine Konstante ist,  $x$  der Abstand zur geerdeten Platte in der Richtung senkrecht zu den Platten und  $t$  die Zeit.

Bestimmen Sie die Bewegungsgleichungen im Lagrange- sowie im Hamiltonformalismus. Diskutieren Sie, ob die Energie erhalten ist und bestätigen Sie Ihre Erwartung mittels der expliziten Lösung der Bewegungsgleichungen.

**Aufgabe 2:**  
**Perle auf rotierendem Draht**

**2 Punkte**

Eine Perle kann sich frei auf einem geraden Draht bewegen, welcher mit konstanter Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  rotiert.

Sind die Zwangsbedingungen holonom oder nicht? Ist die Energie erhalten? Ist die Hamiltonfunktion zeitlich konstant? Überprüfen Sie Ihre Antworten mittels der expliziten Lösung der Bewegungsgleichungen.

**Aufgabe 3:**  
**Oszillator in Bewegung**

**3 Punkte**

Ein Wagen bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit  $v_0$  entlang auf horizontalen Gleisen. In diesem Wagen befindet sich eine Feder mit Elastizitätskonstante  $D$ , an welcher eine Masse  $m$  angebracht ist (siehe Abbildung).

1. Wie lauten die Lagrange- und die Hamiltonfunktion im ruhenden Bezugssystem  $B$ ? Ist die Energie erhalten? Geben Sie auch eine qualitative Erklärung.
2. Betrachten Sie nun das mit dem Wagen mitbewegte System  $B'$ . Wie lautet der zur Koordinate  $x'$  kanonisch konjugierte Impuls? Bestimmen Sie die Lagrange- und die Hamiltonfunktion in  $B'$ . Ist nun die Energie  $E$  bzw. die Hamiltonfunktion  $H$  erhalten?
3. Bestimmen Sie die Bewegungsgleichungen in beiden Bezugssystemen und überprüfen Sie, daß diese miteinander konsistent sind.

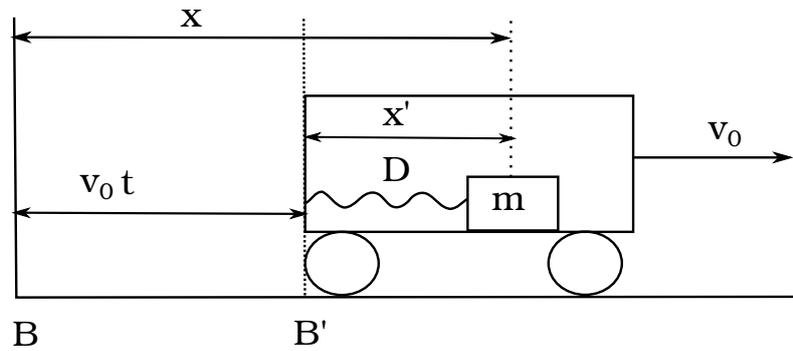


Abbildung 1: Oszillator in Bewegung.

#### Aufgabe 4:

#### Starre Körper im Wettrennen

3 Punkte

Drei starre Körper befinden sich am oberen Ende einer schiefen Ebene mit Höhe  $h$  und Länge  $l$ . Sie befinden sich zunächst in Ruhe, und in einer solchen Position, daß sich Ihre Schwerpunkte in gleicher Höhe befinden. Die verschiedenen Körper sind:

- Eine Hohlkugel der Masse  $M$  mit Außenradius  $R$  und Innenradius  $R - \frac{R}{5}$ ,
- Ein Ring der Masse  $M$  mit Außenradius  $\frac{3R}{2}$ , Innenradius  $R$  und Dicke  $R/10$
- Ein homogener Zylinder der Masse  $M$  mit Radius  $R$  und Höhe  $2R$ .

Zur Zeit  $t = 0$  starten diese Körper, die Ebene hinunterzurollen. Die Oberfläche verursacht dabei eine Reibung, die verhindert, daß beim Rollen ein Schlupf entsteht (reine Rollbewegung). Beantworten Sie nun die Frage, in welcher Reihenfolge die Schwerpunkte zuerst eine Ziellinie im Abstand  $l$  von der Startlinie überqueren.

1. Geben Sie Ihre Wette zunächst anhand qualitativer Überlegungen ab.
2. Benutzen Sie die Lagrangegleichungen zweiter Art, um die Bewegungsgleichungen aufzustellen. Lösen Sie diese für die drei Körper und bestimmen Sie so die Reihenfolge.