Technische Universität München
Physik-Department **B. Garbrecht, C. Tamarit, G. Zattera**

Mechanik (Theoretische Physik 1)

Sommersemester 2018

Abgabe bis Freitag, 15.06.18, 12:00 neben PH 3218.
Dieses Blatt wird in den Übungen vom 18.06. - 22.06.18 besprochen.

Übungsblatt Nr. 10

Aufgabe 1:
Geodäten auf Zylinder und Kugel — 2.5 Punkte

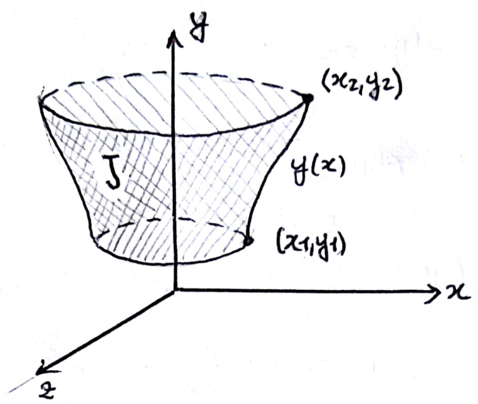
1. Welches ist die Kurve minimaler Länge, die $(z_{1,2}, \varphi_{1,2})$ auf der Oberfläche eines Zylinders mit Radius R verbindet? Was ist ihre Länge?

2. Welches ist die Kurve minimaler Länge, die zwei Punkte A und B auf einer Kugeloberfläche verbindet? Hinweis: Nutzen Sie die Symmetrie, um A ohne Beschränkung der Allgemeinheit im Pol zu plazieren, d.h. der Polarwinkel $\vartheta = 0$ in diesem Punkt. Zeigen Sie dann, daß die Euler-Lagrange-Gleichung impliziert, daß die Ableitung des Azimuthwinkels φ nach θ verschwindet.

Aufgabe 2:
Kettenlinie — 2.5 Punkte

Unter dem Einfluß der Schwerkraft nehmen Hochspannungsleitungen eine Form an, welche die Höhenlage ihrese Schwerpunktes minimiert. Unter der Annahme einer konstanten linearen Massendichte soll diese Form für ein Segment der Länge l, welches an zwei Masten, die im Abstand Δx zueinander stehen, bestimmt werden. Beide Enden des Segments sind dabei in gleicher Höhe angebracht. [Hinweis: Man kann ein erstes Integral der Lagrangegleichungen nutzen]

Aufgabe 3:
Minimizale Roatationsfläche (Seifenhaut) **2.5 Punkte**



Betrachte zwei Punkte in der xy-Ebene (x_1, y_1) und (x_2, y_2), welche durch die Kurve $y(x)$ verbunden sind. Bestimmen Sie die Funktion $y(x)$, welche die durch Rotation um die y-Achse erhaltene Fläche $J\{y(x)\}$ minimiert.

Aufgabe 4:
Keine explizite Koordinatenabhängigkeit **2.5 Punkte**

Gegeben ist das Funktional:

$$J\{y(x)\} = \int_{x_1}^{x_2} f(x, y, y')$$

1. Welche Gleichung erfüllt die extremierende Funktion $y(x)$?
2. Für den Fall, daß f nicht explizit von x abhängt, d.h. $f = f(y, y')$, soll gezeigt werden:

$$g(y, y') = f - y' \frac{\partial f}{\partial y'} = \text{const.}$$

(Diese beiden Punkte wurden in der Vorlesung besprochen und stellen eine Wiederholung dar.)

Lösen Sie mit Hilfe dieser beiden Punkte folgendes Problem: Ein inelastisches Seil der Länge l soll in der xy-Ebene liegen. Desssen Endpunkte befinden sich fest in $P_1 = (-d, 0)$ und $P_2 = (d, 0)$. Durch welche Lage des Seils wird die Fläche F zwischen der x-Achse und dem Seil maximiert?

Hinweis: Dieses Variationsproblem beinhaltet die Nebenbedingung, daß die Länge des Seils fest ist. Es ist nützlich, einen Lagrangemultiplikator λ einzuführen und zu verlangen, daß

$$\delta(F - \lambda l) = 0$$