Theoretische Physik 2 (Elektrodynamik) WS 2018/2019
Technische Universität München
January 11, 2019

Exercise Sheet 10*

Deadline: Sheet to be turned in by Friday 18th of January 2019 by 12 pm in the mailbox next to PH3218.

Exercise 1:
Strahlung einer Punktladung auf einer Kreisbahn **5 Points**

Punktladungen auf Kreisbahnen treten unter verschiedenen Umständen auf (*z.B.* in Teilchenbeschleunigern oder astrophysikalischen Magnetfeldern). Ihre Abstrahlung begrenzt die kinetische Energie, bis zu der diese letztlich beschleunigt werden können. Ein punktförmiges klassisches Elektron würde auf einer Kreisbahn ebenso der Abstrahlung unterliegen. Deswegen gibt es in klassischen (im Gegensatz zu quantenmechanischen) Atommodellen keine stabilen Kreisbahnen – eines der großen Probleme der klassischen Physik, welches zur Entdeckung der Quantenmechanik führte.

(a) Ein Punktteilchen mit Ladung q bewege sich mit der Winkelgeschwindigkeit ω auf einem Kreis mit Radius R. (Dabei soll $R \ll c/\omega$ sein, so daß die Geschwindigkeit nichtrelativistisch ist.) Die führt zu einer zeitabhängigen Ladungsdichte

$$\rho(\mathbf{r}, t) = q\,\delta(x - R\cos\omega t)\,\delta(y - R\sin\omega t)\,\delta(z)\,.$$

Berechnen Sie das zugehörige Dipolmoment $\mathbf{p}(t)$ und drücken Sie dieses durch einen komplexen Vektor $\mathbf{p}$ aus, welcher die Beziehung $\mathbf{p}(t) = \mathrm{Re}[\mathbf{p}\exp(-i\omega t)]$ erfüllt. Benutzen Sie das führende Resultat für das Feld in der Fernzone und berechnen Sie die Winkelverteilung der abgestrahlten Leistung $dP/d\Omega$. Integrieren Sie, um die totale Strahlungsleistung zu erhalten. (2.5 Punkte)

(b) Nehmen Sie an, ein Elektron bewege sich aufgrund der Coulombkraft auf einer kassischen Kreisbahn mit Winkelgeschwindigkeit ω und der Energie (als Summe aus kinetischen und potentiellen Beiträgen) als Funktion des Radius r. Die Strahlungsverluste würden dann zu einer Bahn im Abstand $r(t)$ führen, welcher mit der Zeit abnimmt. Stellen Sie dazu eine Differentialgleichung auf und lösen Sie diese mit der Anfangsbedingung $r(0) = a_{\mathrm{B}} \simeq 5.29 \times 10^{-9}$cm (Bohr-Radius). Nach welcher Zeit τ erreicht das Elektron den Kern?(2.5 Punkte)

(*Hinweise*: Die Differentialgleichung ist von der Form $\dot{r}r^2 = \mathrm{const.}$. Das Endresultat ist $\tau \simeq 1.56 \times 10^{-11}$s.)

*Responsible for the sheet: Juan S. Cruz, Office 1112, juan.cruz@tum.de

Exercise 2:
Induktion im rotierenden Kreisring **5 Points**

Ein leitender Kreisring ($z = 0$ and $x^2+y^2 = r_0^2$) rotiert mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω um die x-Achse (welche durch zwei gegenüberliegende Punkte des Rings gehen soll). Desweiteren sei ein homogenes Magnetfeld $\vec{B} = B\hat{z}$ vorhanden.

(a) Welche Spannung $V(t)$ wird im Ring induziert?

(b) Eine kleine Lampe mit Widerstand R wird im Ring installiert. Die Lampe strahle mit der Leistung $P = U^2/R$. Welches mittlere Drehmoment $\langle M \rangle$ ist vonnöten, um den Ring mit konstanter Winkelgeschwindigkeit rotieren zu lassen? (Vernachlässigen Sie mechanische Reibung.).