Theoretische Physik 2 (Elektrodynamik) WS 2018/2019
Technische Universität München
November 18, 2018

Exercise Sheet 5*

Deadline: Sheet to be turned in by Friday 23rd of November 2018 by 12 pm in the mailbox next to PH3218.

Exercise 1:
Potential im Würfel mit speziellen Randbedingiungen **5 Points**

Ein Hohlwürfel hat leitende Randflächen, welche durch die sechs Ebenen $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, and $x = a$, $y = a$, $z = a$ bestimmt sind. Die Wände $z = 0$ und $z = a$ wrden auf konstantem Potential V gehalten. Die weiteren vier befinden sich auf verschwindendem Potential.

(a) Bestimmen Sie das Potential $\phi(x, y, z)$ im Inneren des Würfels.

(b) Berechnen Sie den Wert des Potentials im Mittelpunkt numerisch akkurat zu drei signifikanten Stellen. Wie viele Terme in der Reihenentwicklung müssen berücksichtigt werden, um diese Genauigkeit zu erreichen? Vergleichen Sie das numerische Resultat mit dem gemittelten Wert des Potentials auf den Wänden.

(c) Bestimmen Sie die Flächenladungsdichte auf $z = a$.

Hinweis: Abschnitt 2.5 aus der Vorlesung is z.T. nützlich. Beachten Sie jedoch die hier etwas anderen Randbedingungen. Beachten Sie auch, daß wir nicht voraussetzen

$$\phi(x, y = 0, z = 0) = 0 \text{ or } V, \text{ for } 0 < x < a, \text{ etc.}$$

d.h. Randbedingungen auf den Ecken und Kanten werden nicht verlangt.

Exercise 2:
Laplaceporator on Green'sche Funktion in Zylinderkoordinaten **5 Points**

Wir betrachten zunächst die Poissongleichung im Vakuum in Zylinderkoordinaten.

(a) Berechnen Sie ausgehend von $\Delta = \nabla \cdot \nabla$ in Kartesischen Koordinaten den Ausdrcuk für Δ in Zylinderkoordinaten, d.h.

$$\rho^2 = x^2 + y^2 \tag{1}$$
$$x = \rho \cos\theta \tag{2}$$
$$y = \rho \sin\theta \tag{3}$$
$$z = z \tag{4}$$

---

*Responsible for the sheet: Juan S. Cruz, Office 1112, juan.cruz@tum.de

(b) Benutzen Sie einen Separationsansatz zur Bestimmung allgemeiner Lösungen der Gleichung $\Delta G(\vec{r}, \vec{r}') = \delta^3(\vec{r} - \vec{r}')$ in in diesen Koordinaten und mit Randbedingung $G = 0$ bei $\rho, \rho' \to \infty$ und $G = 0$ für $|z| \to \infty$. Normalisieren Sie die im Separationsansatz von θ und z abhängigen Faktoren, so daß der Sprung in der Ableitung die korrekte Normierung hat.

(c) Setzen Sie jetzt noch die beiden Lösungen der Radialgleichung so zusammen, daß Sie insgesamt die gesuchte Greensche Funktion erhalten.

Hinweis: Die Lösungen der auftretenden Besselschen Differentialgleichung sollen als bekannt vorausgestezt werden. Besselfunktionen und ihre Eigenschaften finden Sie in vielen Integraltabellen oder Büchern zur theoretischen oder mathematischen Physik. Für die Lösung dieses Problems werden die Funktionen $J_m(x)$ und $Y_m(x)$ benötigt. Benutzen Sie die Tatsache, daß $J_m(x)$ im Ursprung regulär und $Y_m(x)$ divergent ist. Benutzen Sie auch die Wronskimatrix

$$W(x) = \begin{pmatrix} J_m(x) & Y_m(x) \\ J'_m(x) & Y'_m(x) \end{pmatrix} \tag{5}$$

sowie das Resultat, daß deren Determinante $\det W(x) = 2/(\pi x)$ erfüllt.