Theoretische Physik 2 (Elektrodynamik) WS 2018/2019
Technische Universität München
November 5, 2018

Exercise Sheet 3*

Deadline: Sheet to be turned in by Friday 9th of November 2018 by 12 pm in the mailbox next to PH3218.

Exercise 1:
Normalenableitung des elektrischen Feldes auf der Oberfläche eines geladenen Leiters **3 Points**

Benutzen Sie den Gauß'schen Satz um zu zeigen, daß an der Oberfläche eines geladenen Leiters (ohne Kannten oder weit genug von diesen entfernt) die Normalenableitung des elektrischen Feldes

$$\frac{1}{E}\frac{\partial E}{\partial n} = -\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right),$$

ist. Dabei sind R_1, R_2 die Hauptkrümmungsradien der Oberfläche an der betreffenden Stelle. Die *Hauptkrümmungsradien* am Punkt p sind die maximalen bezw. minimalen Krümmungsradien von Kurven innerhalb der Oberfläche durch p. Ist die Oberfläche als eine Höhenfunktion in der zweidimensionalen Ebene gegeben, dann sind die Inversen der Haupkrümmungsradien durch die Eigenwerte der Hesse-Matrix gegeben.
Hinweis:

Option1: Betrachete ein Flächenelement $d\sigma = R_1 d\theta_1 R_2 d\theta_2 \equiv R_1 R_2 d\Omega$ sowie ein weiteres, dessen Ränder um ε entlang der Normalenvektoren verschoben sind. Wenden Sie den Gauß'schen Satz auf das Volumen zwischen diesen Flächen an. Eine Skizze der beiden Flächenelemente mag hilfreich sein.

Option2: Betrachten Sie eine Oberfläche in Zylinderform, so daß deren untere Grundfläche tangential auf der Leiteroberfläche steht und deren oberes Ende infinitesimal in die Normalenrichtung verschoben ist. Berechnen Sie die Flüsse durch beide Grundflächen und wenden Sie den Gauß'schen Satz an.

Exercise 2:
Punktladungen und Selbstenergien **2 Points**

Betrachten Sie eine statische Situation mit zwei Punktladungen q_1 und q_2, welche sich bei $\vec{r}_1$ bezw. $\vec{r}_2$ befinden.

(a) Bestimmen Sie das elektrische Feld $E(\vec{r})$ für diese Konfiguration.

(b) Bestimmen Sie die Energiedichte dieses elektrischen Feldes. Interpretieren Sie die verschiedenen Arten von Beiträgen.

(c) Bestimmen Sie die Gesamtenergie und zerlegen Sie diese in einzelne Integrale, welche divergente und endliche Beiträge liefern. Intepretieren Sie die einzelnen Beiträge.

---

*Responsible for the sheet: Juan S. Cruz, Office 1112, juan.cruz@tum.de

(d) Regularisieren Sie die divergenten Beiträge, indem Sie die Integrale an Kugeln mit Radius R um die Ladungen abschneiden und dann $R \to 0$ gehen lassen. Interpetieren Sie diese Divergenzen.

Exercise 3:
Delta-Distribution **2 Points**

Berechnen Sie folgende Integrale:

(a) $\displaystyle\int_0^\infty x^2 \delta(x^2 - 3x + 2) dx$

(b) $\displaystyle\int_0^\infty \ln x \, \delta'(x - 2) dx$

(c) $\displaystyle\int_0^\pi \sin^3 \theta \, \delta \left(\cos \theta - \cos \frac{\pi}{3} \right) d\theta.$

Hint: Für eine Funktion $f(x)$, deren Nullstellen x_i alle einfach sind, gilt

$$\delta(f(x)) = \sum_i \frac{\delta(x - x_i)}{|f'(x_i)|}.$$

Exercise 4:
Fluß eines Vektrofeldes **3 Points**

Betrachten Sie das Feld $\vec{V}(\vec{x}) = \frac{c}{\rho} \vec{e}_\rho$, wobei c konstant ist und $\vec{e}_\rho = (\cos \varphi, \sin \varphi, 0)^t$.

(a) Für einen Zylinder der Länge l und Radius R, welcher symemtrisch bezgl. der z-Achse ist, ist der Fluß von $\vec{V}$ durch dessen Oberfläche zu berechnen, d.h.

$$F = \int_{\partial\, \text{cylinder}} d\vec{a} \cdot \vec{V}(\vec{x}).$$

(b) Berechnen $\vec{\nabla} \cdot \vec{V}(\vec{x})$, auch unter Berücksictigung des singulären Anteils, mit Hilfe des Gauß'schen Satzes.

(c) Ein unendlich langer, gerader Draht (at $z = 0$) trägt die Ladung κ per Längeneinheit. Bestimmen Sie das elektrische Feld, indem Sie

(i) das Resultat aus (b) benutzen,

(ii) die allgemeine Integralform für eine 3-dimensionale Ladunsgverteilung benutzen.